

Laurea triennale in Informatica
Corso di Analisi matematica (A) – a.a. 2007/08
9 giugno 2008

Motivare le risposte per ottenere punteggio pieno!

1. Data la funzione $f(x) = |x| e^{1/(x^2-4)}$,

- (a) determinare il dominio di f , le intersezioni del grafico di f con gli assi cartesiani e il segno di f ;
- (b) determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui, classificando (se opportuno) l'andamento di f all'infinito;
- (c) stabilire se f ammette punti singolari e in caso affermativo classificarli; calcolare la derivata prima di f e utilizzarla per studiare la monotonia di f e per determinare i punti stazionari di f ; stabilire la natura dei punti stazionari e singolari di f ;
- (d) utilizzare tutte le informazioni raccolte per tracciare un grafico approssimativo di f (suggerimento: negli eventuali punti in cui f non è definita ma ha limite finito calcolare il limite della derivata prima, per determinare la pendenza limite della retta tangente al grafico);
- (e) stabilire in base al grafico ottenuto se f ammette punti di flesso e stabilire in quali intervalli f è convessa e in quali è concava (nota: *non* è richiesto lo studio della derivata seconda di f);
- (f) stabilire se f ammette estremi globali e in caso affermativo calcolarli;
- (g) determinare in base al grafico di f il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = \lambda$ al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$.

2. Data la funzione $f(x) = (3 - x^2) \cos(2x)$,

- (a) calcolare l'integrale indefinito di f ;
- (b) calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico di f e dalle rette di equazione $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi/2$.

3. Stabilire se la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 1}{e^{2n}}$$

è convergente. In caso affermativo, scrivere una maggiorazione per il resto n -esimo e utilizzarla per calcolare un valore approssimato della somma della serie con un errore inferiore a 10^{-3} ; stabilire se il valore trovato approssima per difetto o per eccesso la somma della serie.

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{-x} - 1) \tan x}{2x \sin x + \log(1 - 2x^2)}.$$

Se si ottiene la sufficienza in almeno tre esercizi, uno dei quali sia lo studio di funzione, la prova scritta si ritiene superata; in tal caso è possibile sostenere la prova orale in un qualsiasi appello.

Se si ottiene la sufficienza in almeno due esercizi, uno dei quali sia lo studio di funzione, è possibile sostenere la prova orale (che prevede il recupero di parte della prova scritta) nello stesso appello della prova scritta. Non sono ammessi rinvii ad appelli successivi e, nel caso la prova orale non venga superata, occorre ripetere la prova scritta.

Se non si ottiene la sufficienza nello studio di funzione, oppure si ottengono meno di due sufficienze, la prova scritta si ritiene insufficiente e occorre ripeterla.